赋广义 Orlicz 范数的 Orlicz 函数空间的 UR 点和 WUR 点*

段丽芬[1]，左明霞[2]，王宏志[1]
（1. 通化师范学院数学学院，吉林 通化 134002；
2. 哈尔滨理工大学应用科学学院，黑龙江 哈尔滨 150080）

摘　要：研究由 N －函数生成赋广义 Orlicz 范数 Orlicz 函数空间的点态性质，利用 Banach 空间几何理论和技巧，得到了该空间中 UR 点和 WUR 点的判别准则，并且获得 Orlicz 函数空间局部一致凸和弱局部一致凸的条件。

关键词：UR 点；WUR 点；广义 Orlicz 范数；Orlicz 函数空间
中图分类号：O177.3　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：0529－6579（2014）02－0055－04

UR Points and WUR Points in Orlicz Function Spaces Equipped with the Generalized Orlicz Norm

DUAN Lifen[1]，*ZUO Mingxia*[2]，*WANG Hongzhi*[1]
（1. School of Mathematics, Tonghua Teachers University, Tonghua 134002, China;
2. School of Applied Sciences, Harbin University of Science and Technology, Harbin 150080, China）

Abstract: Some pointwise properties of Orlicz function spaces which are generated by a N－function and equipped with the generalized Orlicz norm are studied. By using geometrical theories and techniques of Banach spaces, criteria of UR points and WUR points in these spaces are presented. Sufficient and necessary conditions are obtained to make the Orlicz function spaces be locally uniform rotund and weakly locally uniform rotund .

Key words: UR point; WUR point; generalized Orlicz norm; Orlicz function space

自 Orlicz 空间引入以来，其理论得到了迅速发展[1－3]，应用范围逐渐扩大[4－7]。但对赋广义 Orlicz 范数的 Orlicz 空间几何理论，我们还了解甚少。一致凸（UR）点和弱一致凸（WUR）点是 Banach 空间几何学的重要概念，它们在逼近论、控制论、不动点等分支中都有广泛应用[8－11]。本文给出由 N －函数生成赋广义 Orlicz 范数的 Orlicz 函数空间中 UR 点和 WUR 点的判据，并据此获得了 Orlicz 函数空间局部一致凸和弱局部一致凸的条件。

1　定义及符号

设 X 是一个 Banach 空间，$S(X)$ 表示 X 的单位球面。

定义 1[12]　$x \in S(X)$ 称为一致凸（UR）点是指若 $\lim_{n\to\infty} \| x_n \| = \lim_{n\to\infty} \| \frac{x + x_n}{2} \| = 1$，则 $\lim_{n\to\infty} \| x_n - x \| = 0$。

若 Banach 空间单位球面上每一点都是 UR 点，则称 X 是局部一致凸的。

定义 2[12]　$x \in S(X)$ 称为弱一致凸（WUR）点是指若 $\lim_{n\to\infty} \| x_n \| = \lim_{n\to\infty} \| \frac{x + x_n}{2} \| = 1$，则 $x_n - x_0 \xrightarrow{w} 0 (n \to \infty)$。若 Banach 空间单位球面上每一点都是 WUR 点，则称 X 是弱局部一致凸的。

* **收稿日期**：2013－07－29
基金项目：国家自然科学基金资助项目（11226127）；吉林省教育厅“十二五”科技资助项目（2011－456，2014－400）
作者简介：段丽芬（1967 年生），女；**研究方向**：泛函分析；E-mail：duanlf@126.com

设 $M(u)$，$N(v)$ 是一对互余的 N－函数，$p_+(u)$ 表示 $M(u)$ 的右导数。$M\in\Delta_2$ 指如存在常数 $k\geqslant 2$ 和 $x_0>0$，当 $|x|\geqslant x_0$ 时，满足 $M(2x)\leqslant kM(x)$．$M\in\nabla_2\Leftrightarrow N\in\Delta_2$。记

$$S_M=\{u\in\mathbf{R}^+:\forall\varepsilon>0,2M(u)<M(u+\varepsilon)+M(u-\varepsilon)\},$$

$S_M^+=\{u\in S_M:\exists\varepsilon>0,p(u)$ 在 $[u,u+\varepsilon]$ 为常数$\}$，

$S_M^-=\{u\in S_M:\exists\varepsilon>0,p(u)$ 在 $[u-\varepsilon,u]$ 为常数$\}$，

$S_M^0=S_M\setminus(S_M^+\cup S_M^-)$

设 (G,Σ,μ) 为一无原子有限测度空间，L^0 是定义在 G 上的可测实函数全体。对任意 $x\in L^0$，称 $\rho_M(x)=\int_G M(x(t))\mathrm{d}t$ 为 $x(t)$ 关于 M 的模。Orlicz 空间

$$L_M^*=\{x\in L^0:\exists\lambda>0,\rho_M(\lambda x)<\infty\}$$

及其闭子空间

$$E_M^*=\{x\in L^0:\forall\lambda>0,\rho_M(\lambda x)<\infty\}$$

关于 Orlicz 范数

$$\|x\|_M^0=\inf_{k>0}\frac{1}{k}(1+\rho_M(kx))$$

Luxemburg 范数

$$\|x\|_M=\inf\{\lambda>0:\rho_M(x/\lambda)\leqslant 1\}$$

及广义 Orlicz 范数：

$$\|x\|_{M,p}=\inf_{k>0}\frac{1}{k}(1+\rho_M^p(kx))^{\frac{1}{p}}(1<p<\infty)$$

均成为 Banach 空间，简记 $L_{M,p}=[L_M^*,\|\cdot\|_{M,p}]$，$E_{M,p}=[E_M^*,\|\cdot\|_{M,p}]$。

2 主要结果

定理 1 设 M 是 N－－函数，$p_+(u)$ 连续，$x_0\in S(L_{M,p})(1<p<\infty)$，则下列命题等价：

(i) x_0 是 UR 点；

(ii) x_0 是 WUR 点；

(iii) $M\in\Delta_2\cap\nabla_2$ 且 $k_0|x_0(t)|\in S_M^0\cup S_M^+(a.e.)$ 或 $k_0|x_0(t)|\in S_M^0\cup S_M^-(a.e.)$，这里

$$1=\|x_0\|_{M,p}=\frac{1}{k_0}[1+\rho_M^p(k_0x_0(t))]^{\frac{1}{p}}$$

证明 (i)$\Rightarrow$(ii) 显然。(ii)$\Rightarrow$(iii) 分三步完成。

① 证明 $M\in\Delta_2$。若不然，设 $z(t)\in L_{M,p}\setminus E_{M,p}$，则有奇异泛函 $\varphi,\varphi(z)\neq 0$。取 $D>0$，使 $G'=\{t\in G:|x_0(t)|\leqslant D\}$ 具有正测度。记 $G_n=\{t\in G':|z(t)|>n\}$，则 $\mu G_n\to 0(n\to\infty)$。令

$$x_n=x_0\chi_{G\setminus G_n}(t)+\frac{1}{k_0}z(t)\chi_{G_n}(t),(n=1,2,\cdots)$$

则

$$\|x_n\|_{M,p}\leqslant\frac{1}{k_0}[1+\rho_M^p(k_0x_n)]^{\frac{1}{p}}=$$

$$\frac{1}{k_0}[1+(\rho_M(k_0x_0\chi_{G\setminus G_n})+\rho_M(z(t)\chi_{G_n}(t)))^p]^{\frac{1}{p}}\leqslant$$

$$\frac{1}{k_0}[1+\rho_M^p(k_0x_0)]^{\frac{1}{p}}+\rho_M(z(t)\chi_{G_n}(t))$$

因此 $\overline{\lim_{n\to\infty}}\|x_n\|_{M,p}\leqslant 1$。又 $\|x_0+x_n\|_{M,p}\geqslant\|2x_0\chi_{G\setminus G_n}\|_{M,p}$，故 $\overline{\lim_{n\to\infty}}\|x_0+x_n\|_{M,p}\geqslant 2$，进而 $\lim_{n\to\infty}\|x_n\|_{M,p}=1$，$\lim_{n\to\infty}\|x_0+x_n\|_{M,p}=2$。但

$$\varphi(x_n-x_0)=\varphi\left(\frac{1}{k_0}z\chi_{G_n}\right)-\varphi(x_0\chi_{G_n})=\varphi\left(\frac{1}{k_0}z\right)\neq 0$$

这与 $x_n-x_0\xrightarrow{w}0$ 矛盾。

② 证明 $M\in\nabla_2$。不妨设 $x_0(t)\geqslant 0$。因 $M\in\Delta_2$，存在 $y_0\in S(L_{N,q})\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1\right)$，$y_0(t)\geqslant 0$ 使得 $\int_G x_0(t)y_0(t)\mathrm{d}t=\|x_0\|_{M,p}=1$。取 $G_n\subset G$，$G_{n+1}\subset G_n(n=1,2,\cdots)$，$\mu G_n\to 0(n\to\infty)$。利用积分的绝对连续性，$\rho_N(y_0\chi_{G_n})\to 0(n\to\infty)$。

若 $M\notin\nabla_2$，则有 $u_n\uparrow\infty$，$u_np(u_n)\mu G_n>1$ 且 $\frac{u_np(u_n)}{N(p(u_n))}>n(n=1,2,\cdots)$。取 $G'_n\subset G_n$，$u_np(u_n)\mu G'_n=1$，则 $N(p(u_n))\mu G'_n<\frac{1}{n}$。令

$$x'_n(t)=x_0(t)\chi_{G\setminus G_n}(t)+\frac{1}{k_0}u_n\chi_{G'_n}(t),$$

$$y_n(t)=y_0(t)\chi_{G\setminus G_n}(t)+p(u_n)\chi_{G'_n}(t)$$

$n=1,2,\cdots$，则 $y_n(t)\to y_0(t)(a.e.,n\to\infty)$，从而 $\|y_n\|_{N,q}\to\|y_0\|_{N,q}=1$。由于

$$\|x'_n\|_{M,p}\geqslant\frac{1}{\|y_n\|_{N,q}}\int_G x'_n(t)y_n(t)\mathrm{d}t=$$

$$\frac{1}{\|y_n\|_{N,q}}\left(\int_{G\setminus G_n}x_0(t)y_0(t)\mathrm{d}t+\frac{1}{k_0}u_np(u_n)\mu G'_n\right)\to 1+\frac{1}{k_0},$$

$$\|x'_n\|_{M,p}\leqslant\frac{1}{k_0}[1+\rho_M^p(k_0x'_n)]^{\frac{1}{p}}=$$

$$\frac{1}{k_0}\left[1+\left(\int_{G\setminus G_n}M(k_0x_0(t)\mathrm{d}t+\int_{G'_n}M(u_n)\mathrm{d}t\right)^p\right]^{\frac{1}{p}}\leqslant$$

$$\frac{1}{k_0}[1+\rho_M^p(k_0x_0)]^{\frac{1}{p}}+\frac{1}{k_0}M(u_n)\mu G'_n\leqslant$$

$$1+\frac{1}{k_0}u_np(u_n)\mu G'_n=1+\frac{1}{k_0}$$

因此 $\lim_{n\to\infty}\|x'_n\|_{M,p}=1+\frac{1}{k_0}$。定义 $x_n(t)=\frac{1}{1+\frac{1}{k_0}}x'_n(t)$，则 $\lim_{n\to\infty}\|x_n\|_{M,p}=1$，且

$$2 \geqslant \|x_0 + x_n\|_{M,p} \geqslant$$

$$\frac{1}{\|y_n\|_{N,q}}\int_G (x_0(t) + x_n(t))y_n(t)\,dt \geqslant$$

$$\frac{1}{\|y_n\|_{N,q}}\left(\frac{1}{1+\frac{1}{k_0}}\int_G x'_n(t)y_n(t)dt + \int_{G\setminus G_n} x_0(t)y_0(t)dt\right) \to 2$$

或 $\lim\limits_{n\to\infty}\|x_0 + x_n\|_{M,p} = 2$ 。

取 n_0 ，使 $\int_{G\setminus G_{n_0}} x_0(t)\,dt > 0$ ，则当 $n > n_0$ 时,

$$\int_G (x_0(t) - x_n(t))\chi_{G\setminus G_{n_0}}dt =$$

$$\int_{G\setminus G_{n_0}}\left(x_0(t) - \frac{1}{1+\frac{1}{k_0}}x_0(t)\right)dt =$$

$$\frac{1}{1+k_0}\int_{G\setminus G_{n_0}} x_0(t)\,dt > 0$$

这与 $x_n - x_0 \xrightarrow{w} 0$ 矛盾。

③ 证明 $k_0|x_0(t)| \in S_M^0 \cup S_M^+(a.e.)$ 或 $k_0|x_0(t)| \in S_M^0 \cup S_M^-(a.e.)$ 。

因 WUR 点必为端点，由文献［13］知，$k_0|x_0(t)| \in S_M = S_M^0 \cup S_M^+ \cup S_M^-(a.e.)$ ，只需证明 $\mu\{t \in G: k_0|x_0(t)| \in S_M^+\} = 0$ 或 $\mu\{t \in G: k_0|x_0(t)| \in S_M^-\} = 0$。

若不然，$\mu\{t \in G: k_0|x_0(t)| \in S_M^+\} > 0$ 且 $\mu\{t \in G: k_0|x_0(t)| \in S_M^-\} > 0$ ，因 $S_M^+ \cup S_M^-$ 至多可数，存在 $u_0 \in S_M^+, u'_0 \in S_M^-$ ，使得 $G_0 = \{t \in G: k_0|x_0(t)| = u_0\}$ 和 $G'_0 = \{t \in G: k_0|x_0(t)| = u'_0\}$ 都具有正测度，不妨设 $\mu G'_0 \geqslant \mu G_0$ 。取 G'_0 的子集仍记为 G'_0 ，使 $\mu G'_0 = \mu G_0$ 。再设 $u \in [u_0, u_0+\varepsilon)$ 时，$M(u) = Au + B$；$u \in (u_0 - \varepsilon', u_0]$ 时，$M(u) = A'u + B'$。取 $\delta: 0 < \delta < \varepsilon, \delta': 0 < \delta' < \varepsilon'$，使得 $A\delta = A'\delta'$。令

$$x'(t) = x_0(t)\chi_{G\setminus(G_0\cup G'_0)}(t) + \left(\frac{u_0+\delta}{k_0}\right)\chi_{G_0} + \left(\frac{u'_0-\delta'}{k_0}\right)\chi_{G'_0}$$

则

$$\left[\int_G M(k_0x'(t))dt\right]^{p-1}\cdot\int_G N(p(k_0x'(t)))dt =$$

$$\left[\int_{G\setminus(G_0\cup G'_0)} M(k_0x_0(t))dt + (A(u_0+\delta)+B)\mu G_0 + (A'(u'_0-\delta')+B')\mu G'_0\right]^{p-1}\cdot$$

$$\left(\int_{G\setminus(G_0\cup G'_0)} N(p(k_0x_0(t)))dt + N(A)\mu G_0 + N(A')\mu G'_0\right) =$$

$$\left[\int_G M(k_0x_0(t))dt\right]^{p-1}\cdot\int_G N(p(k_0x_0(t)))dt = 1$$

故

$$\|x'\|_{M,p} = \frac{1}{k_0}\left[1+\rho_M^p(k_0x')\right]^{\frac{1}{p}} =$$

$$\frac{1}{k_0}\left[\begin{array}{c}1 + (\int_{G\setminus(G_0\cup G'_0)} M(k_0x_0(t))dt + \\ (A(u_0+\delta)+B)\mu G_0 + \\ (A'(u'_0-\delta')+B')\mu G'_0)^p\end{array}\right]^{\frac{1}{p}} =$$

$$\frac{1}{k_0}\left[1+\rho_M^p(k_0x_0)\right]^{\frac{1}{p}} = \|x_0\|_{M,p} = 1$$

又

$$\left[\int_G M\left(\frac{k_0}{2}(x_0(t)+x'(t))\right)dt\right]^{p-1}\cdot$$

$$\int_G N\left(p\left(\frac{k_0}{2}(x_0(t)+x'(t))\right)\right)dt =$$

$$\left[\int_{G\setminus(G_0\cup G'_0)} M(k_0x_0(t))dt + \left(A\left(u_0+\frac{\delta}{2}\right)+B\right)\mu G_0 + \left(A'\left(u'_0-\frac{\delta'}{2}\right)+B'\right)\mu G'_0\right]^{p-1}\cdot$$

$$\left[\int_{G\setminus(G_0\cup G'_0)} N(p(k_0x_0(t)))dt + N(A)\mu G_0 + N(A')\mu G'_0\right] =$$

$$\left[\int_G M(k_0x_0(t))dt\right]^{p-1}\cdot\int_G N(p(k_0x_0(t)))dt = 1$$

则

$$\|x_0 + x'\|_{M,p} = \frac{2}{k_0}\left[1+\rho_M^p\left(\frac{k_0}{2}(x_0+x')\right)\right]^{\frac{1}{p}} =$$

$$\frac{2}{k_0}\left[\begin{array}{c}1 + \left(\int_{G\setminus(G_0\cup G'_0)} M(k_0x_0(t))dt + \right.\\ \left(A\left(u_0+\frac{\delta}{2}\right)+B\right)\mu G_0 + \\ \left.\left(A'\left(u'_0-\frac{\delta'}{2}\right)+B'\right)\mu G'_0\right)^p\end{array}\right]^{\frac{1}{p}} =$$

$$\frac{2}{k_0}\left[1+\rho_M^p(k_0x_0)\right]^{\frac{1}{p}} = 2\|x_0\|_{M,p} = 2$$

但 $x_0 \neq x'$ ，这与 x_0 是 WUR 点矛盾。

（iii）⇒（i） 文献［14］定理 3.2 已对 $\mu\{t \in G: k_0|x_0(t)| \in S_M^+ \cup S_M^-\} = 0$，即 $k_0|x_0(t)| \in S_M^0(a.e.)$ 的情况证得，下面只需对

$$\mu\{t \in G: k_0|x_0(t)| \in S_M^+\} > 0,$$

$$\mu\{t \in G: k_0|x_0(t)| \in S_M^-\} = 0$$

情况加以考虑（$\mu\{t \in G: k_0|x_0(t)| \in S_M^+\} = 0, \mu\{t \in G: k_0|x_0(t)| \in S_M^-\} > 0$ 情况可类似获得）。

设 $1 = \|x_n\|_{M,p} = \frac{1}{k_n}\left[1+\rho_M^p(k_nx_n(t))\right]^{\frac{1}{p}}(n = 1,2,\cdots)$ ，$\lim\limits_{n\to\infty}\|x_0 + x_n\|_{M,p} = 2$ 。因 $M \in \Delta_2$ ，要证 $\lim\limits_{n\to\infty}\|x_n - x_0\|_{M,p} = 0$ ，只须证 $x_n \xrightarrow{\mu} x_0 (n\to$

∞）即可。

不妨设 $x_0(t) \geqslant 0(t \in G)$。记

$$G^0 = \{t \in G: k_0x_0(t) \in S_M^0\},$$
$$G^+ = \{t \in G: k_0x_0(t) \in S_M^+\}$$

则文献［14］同样方法可证 $k_nx_n(t) - k_0x_0(t) \to 0(a.e. t \in G^0)$（必要时取子列）。下面证明 $k_nx_n(t) - k_0x_0(t) \to 0(a.e. t \in G^+)$。

事实上，因 $\mu\{t \in G: k_0|x_0(t)| \in S_M^-\} = 0$，仿文献［14］可得：对任何 $\sigma > 0$，

$$\mu\{t \in G^+: k_nx_n(t) \leqslant k_0x_0(t) - \sigma\} \to 0(n \to \infty)$$

仿文献［15］中定理 1 可证 $\{M(k_nx_n(t))\}$ 和 $\{N(p(k_nx_n(t)))\}$ 都具有等度连续积分，所以对任何 $\tilde{G}^+ \subset G^+$，都有

$$\varlimsup_{n\to\infty}\int_{\tilde{G}^+} M^{p-1}(k_nx_n(t)) \cdot N(p(k_nx_n(t)))\mathrm{d}t \geqslant$$
$$\int_{\tilde{G}^+} M^{p-1}(k_0x_0(t)) \cdot N(p(k_0x_0(t)))\mathrm{d}t$$

若 $k_nx_n(t) - k_0x_0(t) \to 0(a.e. t \in G^+)$ 不成立，则存在 $\sigma_0^+ > 0$ 及 $\delta_0^+ > 0$，使得 $\mu\{t \in G^+: k_nx_n(t) \geqslant k_0x_0(t) + \sigma_0^+\} \geqslant \delta_0^+ > 0$（必要时取子列）。于是有 $u_0^+ \in S_M^+$，使得 $\mu G_n^+ \geqslant \delta' > 0$，其中 $G_n^+ = \{t \in G^+: k_nx_n(t) \geqslant k_0x_0(t) + \sigma_0^+ = u_0^+ + \sigma_0^+\}$。

故

$$\int_{G^+} M^{p-1}(k_nx_n(t)) \cdot N(p(k_nx_n(t)))\mathrm{d}t \geqslant$$
$$\int_{G^+ \setminus G_n^+} M^{p-1}(k_nx_n(t)) \cdot N(p(k_nx_n(t)))\mathrm{d}t +$$
$$\int_{G_n^+} M^{p-1}(k_0x_0(t) + \sigma_0) \cdot N(p(k_0x_0(t) + \sigma_0))\mathrm{d}t \geqslant$$
$$\int_{G^+} M^{p-1}(k_0x_0(t)) \cdot N(p(k_0x_0(t)))\mathrm{d}t + \gamma\delta'$$

其中 $\gamma > 0$。因 $M \in \Delta_2$，$p(u)$ 连续，有

$$\int_G M^{p-1}(k_nx_n(t)) \cdot N(p(k_nx_n(t)))\mathrm{d}t = 1$$

$(n = 0,1,2,\cdots)$，进而得到矛盾 $\int_G M^{p-1}(k_nx_n(t)) \cdot N(p(k_nx_n(t)))\mathrm{d}t \geqslant 1 + \gamma\delta'$。这说明 $k_nx_n(t) - k_0x_0(t) \to 0(a.e. t \in G^+)$，亦即 $k_nx_n(t) - k_0x_0(t) \to 0(a.e. t \in G)$ 或 $k_nx_n \xrightarrow{\mu} k_0x_0(n \to \infty)$。

又按文献［14］中定理 3.2 证明可得 $k_n \to k_0$，从而 $x_n \xrightarrow{\mu} x_0(n \to \infty)$。

由定理 1 立即可得

定理 2 设 M 是 N －－函数，$p_+(u)$ 连续，则对任何 $1 < p < \infty$，下列命题等价：

（i）$L_{M,p}$ 局部一致凸；

（ii）$L_{M,p}$ 弱局部一致凸；

（iii）$M \in \Delta_2 \cap \nabla_2$ 且 $M(u)$ 严格凸。

参考文献：

［1］ RAO M M, REN Z D. Theory of Orlicz spaces［M］. New York: Mercel Dekker, 1991.

［2］ 刘艳丽. Orlicz 空间及其对偶空间的若干几何性质［D］. 哈尔滨：哈尔滨理工大学，2010.

［3］ 刘春燕. 广义 Orlicz 空间的暴露点、一致 Noncreacy 性质及光滑性［D］. 上海：上海大学，2011.

［4］ 石忠锐，翟佳羽. 赋 Luxemburg 范数的广义 Orlicz 函数空间中的 λ 点和 λ 性质［J］. 华东师范大学学报：自然科学学报，2012(1):63－73.

［5］ WANG X L, HUO R, WU G. On approximation by reciprocals of polynomials with positive coefficients in Orlicz spaces［J］. Analysis in Theory and Applications, 2008, 24(4):364－379.

［6］ LIANG Y Y, YANG D C, YANG S B. Applicztions of Orlicz-Hardy spaces associated with operators satisfying Posson estimates［J］. Science China: Mathematics, 2011, 54(11):2395－2426.

［7］ 顾春贺，吴嘎日迪. Orlicz 空间中三角多项式倒数对周期可微函数的逼近定理［J］. 应用泛函分析学报，2012, 12(2):180－185.

［8］ 张晓华，任必军. 集值非扩张映射不动点存在与收敛性［J］. 河南师范大学学报：自然科学版，2009, 37(2):141－142.

［9］ 高兴慧，周海云. Banach 空间中关于变分不等式的收缩投影方法［J］. 工程数学学报，2011, 28(3): 406－411.

［10］ 武利猛，杨军，陆海波，等. 时标上三阶非线性 P-Laplacian 三点边值问题的正解［J］. 中山大学学报：自然科学版，2011, 50(3):17－21.

［11］ 陈利国，罗成，王君. 局部凸空间的中点局部 k－一致凸性与中点局部 k－一致光滑性［J］. 中山大学学报：自然科学版，2013, 52(2):52－56.

［12］ DIESTEL J. Geometry of Banach spaces［J］. Berlin: Springer Verlag, 1975.

［13］ 段丽芬. Orlicz 空间和商空间的若干几何性质［D］. 哈尔滨：哈尔滨理工大学，2004.

［14］ 李小彦. 赋 p-Amemiya 范数 Orlicz 空间的若干性质［D］. 哈尔滨：哈尔滨理工大学，2010.

［15］ 陈述涛，王廷辅. Orlicz 空间的 UR 点和 WUR 点［J］. 哈尔滨师范大学：自然科学学报，1992, 8(3):5－10.